

Областное государственное бюджетное профессиональное образовательное  
учреждение  
«Ульяновский техникум железнодорожного транспорта»

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС**  
**ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**  
**УП.04 МАТЕМАТИКА (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ)**  
*общеобразовательный цикл*  
*программы подготовки специалистов среднего звена*  
*по специальности*  
*13.02.07 Электроснабжение (по отраслям)*  
**ДЛЯ СТУДЕНТОВ ОЧНОЙ ФОРМ ОБУЧЕНИЯ**

г. Ульяновск, 2021 год

Составитель: Рябухина С.В., Резеткина Т.П. преподаватель ОГБПОУ УТЖТ

Учебно-методический комплекс по дисциплине УП.04 Математика (профильный уровень) составлен в соответствии с требованиями к минимуму результатов освоения УП.04 Математика, изложенными в Федеральном государственном стандарте среднего профессионального образования по специальности 13.02.07 Электроснабжение (по отраслям), утвержденном приказом Министерства образования и науки РФ от 14 декабря 2017 г. №1216.

Учебно-методический комплекс по дисциплине УП.04 Математика: (профильный уровень) входит в ЦМК дисциплин математического и общего естественнонаучного цикла и является частью основной профессиональной образовательной программы ОГБПОУ «Ульяновский техникум железнодорожного транспорта» по специальности 13.02.07 Электроснабжение (по отраслям), разработанной в соответствии с примерной программой Протокол ФУМО 9/18 от 14.11.2018 по специальности, номер в реестре 13.02.07-181204.

Учебно-методический комплекс по дисциплине ОУД.04 Математика (профильный уровень) адресован студентам очной формы обучения.

УМКД включает теоретический блок, перечень практических занятий, задания по самостоятельному изучению тем дисциплины, вопросы для самоконтроля, перечень точек рубежного контроля, а также вопросы и задания по промежуточной аттестации.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Наименование разделов</b>	<b>стр.</b>
1. Введение	4
2. Образовательный маршрут	6
3. Содержание дисциплины	
3.1 Раздел 1. Алгебра	7
3.2 Раздел 2. Основы тригонометрии	13
3.3 Раздел 3. Функции, их свойства и графики	17
3.4 Раздел 4. Начала математического анализа	20
3.5 Раздел 5. Уравнения и неравенства	24
3.6 Раздел 6. Комбинаторика, статистика и теория вероятностей	27
3.7 Раздел 7. Геометрия	29
4. Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины	37
5. Глоссарий	57
6. Информационное обеспечение дисциплины	62

## УВАЖАЕМЫЙ СТУДЕНТ!

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Математика» (профильный уровень) создан Вам в помощь для работы на занятиях, при выполнении домашнего задания, самостоятельной работы и подготовки к различным видам контроля по дисциплине, а так же при самостоятельном изучении дисциплины.

УМК по дисциплине «Математика» (профильный уровень) включает теоретический блок, перечень практических занятий, задания для самостоятельного изучения тем дисциплины, вопросы для самоконтроля, перечень точек рубежного контроля, а также вопросы и задания по промежуточной аттестации.

Приступая к изучению новой учебной дисциплины «Математика» (профильный уровень), Вы должны внимательно изучить список рекомендованной основной и вспомогательной литературы. Из всего массива рекомендованной литературы следует опираться на литературу, указанную как основную.

По каждой теме в УМК перечислены основные понятия и термины, вопросы, необходимые для изучения (план изучения темы), а также краткая информация по каждому вопросу из подлежащих изучению. Наличие тезисной информации по теме позволит Вам вспомнить ключевые моменты, рассмотренные преподавателем на занятии.

Основные понятия, используемые при изучении содержания дисциплины «Математика» (профильный уровень), приведены в глоссарии.

После изучения теоретического блока приведен перечень практических работ, выполнение которых обязательно. Наличие положительной оценки по практическим работам необходимо для получения дифференцированного зачета по дисциплине «Математика» (профильный уровень), поэтому в случае отсутствия на уроке по уважительной или неуважительной причине Вам потребуется найти время и выполнить пропущенную работу.

В процессе изучения дисциплины «Математика» (профильный уровень) предусмотрена самостоятельная внеаудиторная работа.

Содержание рубежного контроля (точек рубежного контроля) разработано на основе вопросов самоконтроля, приведенных по каждой теме.

По итогам изучения дисциплины «Математика» (профильный уровень) проводится экзамен.

В зачетную книжку выставляются оценки за дифференцированные зачеты на основании оценок за практические работы и точки рубежного контроля, экзамен.

В результате освоения дисциплины «Математика» (профильный уровень) Вы должны уметь:

- владеть методами доказательств и алгоритмов решения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- применять стандартные приемы решения рациональных и

- иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
- использовать готовые компьютерные программы, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
  - характеризовать поведение функций;
  - характеризовать поведение функций;
  - использовать полученные знания для описания и анализа реальных зависимостей;
  - владеть основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основными свойствами;
  - распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире;
  - применять изученные свойства геометрических фигур и формулы для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
  - находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
  - использовать готовые компьютерные программы.

В результате освоения дисциплины «Математика» (профильный уровень)

Вы должны знать:

- математические понятия как важнейшие математические модели, позволяющие описывать и изучать разные процессы и явления;
- возможность аксиоматического построения математических теорий;
- понятия математического анализа и их свойства;
- статистические закономерности в реальном мире, основные понятия элементарной теории вероятностей.

**Внимание!** Если в ходе изучения дисциплины «Математика: алгебра, начало математического анализа, геометрия» у Вас возникают трудности, то Вы всегда можете к преподавателю прийти на дополнительные занятия, которые проводятся согласно графику. Время проведения дополнительных занятий Вы сможете узнать у преподавателя, а также познакомившись с графиком их проведения, размещенном на двери кабинета преподавателя.

В случае если Вы пропустили занятия, Вы также всегда можете прийти на консультацию к преподавателю в часы дополнительных занятий.

## ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАРШРУТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ/МДК

Таблица 1

<b>Формы отчетности, обязательные для сдачи</b>	<b>Количество</b>
лабораторные занятия	не предусмотрено
практические занятия	89
Точки рубежного контроля	экзамен
Промежуточная аттестация (при наличии)	экзамен (4 семестр)

**Желаем Вам удачи!**

# СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

## ВВЕДЕНИЕ

**Основные понятия и термины по теме:** значение математики в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности

## РАЗДЕЛ 1. АЛГЕБРА

### Тема 1.1. Развитие понятия о числе

**Основные понятия и термины по теме:** целые и рациональные, натуральные, иррациональные числа, действительные числа, признаки делимости чисел, модуль действительного числа, приближенные вычисления, комплексные числа, уравнения, виды уравнений, системы уравнений, неравенства, виды неравенств и способы их решения, системы неравенств, функция и её свойства, график функции, преобразование графиков функций.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Выполнение арифметических действия над числами, сочетая устные и письменные приемы.
2. Нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной).
3. Сравнение числовых выражений.
4. Нахождение области определения и области значений функции.
5. Вычисление значений функций по значению аргумента.
6. Демонстрация свойств линейной и квадратичной функций.
7. Исследование линейной, кусочно-линейной, дробно-линейной и квадратичной функций, построение их графиков.
8. Чтение графиков функций.
9. Выполнение преобразования графика функции.

### Краткое изложение теоретических вопросов:

*Абсолютная погрешность* – разность между истинным значением числа и приближенным, т.е.:  $\Delta x = |ax|$ , где  $a$  – приближенное значение  $x$ .

*Относительная погрешность* – отношение абсолютной погрешности к приближенному значению:  $\delta x = \Delta x/a \cdot 100\%$ .

### *Действия над приближенными числами:*

1. при сложении и вычитании чисел их абсолютные и относительные погрешности складываются:  $\Delta(a \pm b) = \Delta a + \Delta b$ ;
2. при умножении и делении чисел их относительные погрешности складываются:  $\delta(a \cdot b) = \delta a + \delta b$ ;  $\delta(a/b) = \delta a + \delta b$ ;

3. при возведении числа в степень его относительная погрешность умножается на показатель степени:  $\delta a^k = k\delta a$ .

*Формулы сокращенного умножения:*

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

*Формула разложения квадратного трехчлена на множители:*

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

*Основное свойство дроби:*

$$\frac{ab}{cd} = \frac{a}{c}$$

### Общие сведения об уравнениях

- Равенство, содержащее неизвестные буквенные величины, которое выполняется лишь при некоторых значениях входящих в него букв, называется **уравнением**.
- **Решить уравнение** – значит найти все такие числовые значения входящих в него неизвестных, которые обращают уравнение в тождество. Эти значения называются корнями уравнения.
- **Равносильными уравнениями** называются такие уравнения, которые имеют одни и те же корни. Процесс решения уравнений заключается в основном в замене данного уравнения другим, ему равносильным.

### Классификация уравнений

*Линейное уравнение* – уравнение вида  $ax + b = 0$ , где  $a$  и  $b$  – действительные числа.

1. Если  $a \neq 0$ , то уравнение имеет единственный корень  $x = -\frac{b}{a}$
2. Если  $a = 0$ ,  $b \neq 0$ , то уравнение корней не имеет.
3. Если  $a = 0$ ,  $b = 0$ , то уравнение имеет бесконечно много корней, т. е. корнем уравнения является любое действительное число.

*Квадратное уравнение* – уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$ . Чтобы найти количество корней (1, 2 или ни одного), необходимо найти дискриминант

$$D = b^2 - 4ac. \text{ Чтобы найти корни, нужно применить формулу: } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Если второй коэффициент  $b$  – четное число, то корни квадратного уравнения

можно найти по формуле:  $b = 2k$ ,  $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$

*Биквадратное уравнение* – уравнение вида  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ,  $a \neq 0$  заменой  $x^2 = y$  уравнение приводится к квадратному.



*Дробное уравнение* - это уравнение вида  $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ , где  $P(x)$  и  $Q(x)$  – некоторые

многочлены. Дробное уравнение равносильно системе: 
$$\begin{cases} P(x) = 0 \\ Q(x) \neq 0 \end{cases}$$

### Общие сведения о неравенствах

- **Неравенствами** называют выражения вида  $a < b$  ( $a \leq b$ ),  $a > b$  ( $a \geq b$ ), где  $a$  и  $b$  могут быть числами или функциями.
- **Решить неравенство** – значит найти множество значений аргумента, при которых неравенство справедливо.
- **Эквивалентными неравенствами** называются такие неравенства, которые имеют одно и те же решение.

### Классификация неравенств

*Линейное неравенство* – неравенство вида  $ax + b > 0$ ,  $ax + b < 0$ ,  $ax + b \geq 0$ ,  $ax + b \leq 0$ , где  $a$  и  $b$  – действительные числа ( $a \neq 0$ ).

Если  $a > 0$ , то получаем неравенство  $x > -\frac{b}{a}$  ( $x \in (-\frac{b}{a}; +\infty)$ )

Если  $a < 0$ , то получаем неравенство  $x < -\frac{b}{a}$  ( $x \in (-\infty; -\frac{b}{a})$ )

*Квадратное неравенство* – неравенство вида  $ax^2 + bx + c > 0$ ,  $ax^2 + bx + c \geq 0$ ,  $ax^2 + bx + c < 0$ ,  $ax^2 + bx + c \leq 0$ , где  $a, b, c$  – некоторые действительные числа и  $a \neq 0$ .

Чтобы найти множество решений, нужно решить квадратное уравнение:

1) при  $a > 0$ ,  $D = b^2 - 4ac \geq 0$ :  $x \in \left(-\infty; \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}\right) \cup \left(\frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; +\infty\right)$

2) при  $a > 0$ ,  $D < 0$ :  $x \in \mathbb{R}$

3) при  $a < 0$ ,  $D \geq 0$ :  $x \in \left(\frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}\right)$

4) при  $a < 0$ ,  $D < 0$ : решений нет.

*Простейшими квадратными неравенствами* являются неравенства  $x^2 < m$ ,  $x^2 > m$ .

*Множество решений неравенства  $x^2 < m$ :*

1) при  $m \leq 0$ : решений нет.

2) при  $m > 0$ :  $x \in (-\sqrt{m}; \sqrt{m})$

*Множество решений неравенства  $x^2 > m$ :*

1) при  $m < 0$ :  $x \in \mathbb{R}$

2) при  $m \geq 0$ :  $x \in (-\infty; -\sqrt{m}) \cup (\sqrt{m}; +\infty)$ .

*Дробно-линейное неравенство* - это неравенство вида  $\frac{ax+b}{cx+d} > k$ , где  $a, b, c, d, k$  -

некоторые действительные числа. Решение дробно – линейного неравенства сводится к решению квадратного неравенства.

Неравенства вида  $P(x) > 0$ ,  $P(x) < 0$ ,  $P(x) \leq 0$ ,  $P(x) \geq 0$ ,  $P(x)Q(x) > 0$ ,  $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$  решаются

методом интервалов, для этого нужно знать все действительные корни многочленов  $P(x); Q(x)$ , их кратности и знак многочленов в произвольно выбранной точке  $x_0$ , не совпадающей с корнем многочлена.

**Решить систему неравенств** – это значит найти все те значения аргументов функций, входящих в неравенства, при которых все неравенства системы одновременно справедливы.

### **Краткие сведения о квадратичной функции**

Функция вида  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$  – постоянные величины,  $a \neq 0$ ) называется квадратичной. Областью определения квадратичной функции является множество всех действительных чисел. В простейшем случае  $y = ax^2$  ( $b = c = 0$ ) графиком функции является кривая линия, проходящая через начало координат. Кривая, служащая графиком функции  $y = ax^2$ , есть парабола. Если  $a > 0$ , то ветви параболы направлены вверх. Если  $a < 0$ , то ветви параболы направлены вниз.

Алгоритм построения графика квадратичной функции:

1. Найти координаты вершины параболы и отметить их в координатной плоскости. Точка с координатами  $(m; n)$  – вершина параболы:

$$m = -\frac{b}{2a}; n = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

2. Найти нули функции ( $ax^2 + bx + c = 0$ ), если квадратичная функция не имеет нулей, то парабола не пересекает ось  $Ox$ . Построить еще несколько точек, принадлежащих параболе.

Соединить отмеченные точки плавной линией.

### **Практические занятия:**

**№1.** Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений.

**№2.** Выполнение тождественных преобразований целых и дробно-рациональных выражений.

**№3.** Решение квадратных, биквадратных и дробно-рациональных уравнений.

**№4.** Решение неравенств и систем неравенств.

**№5.** Построение графика квадратичной функции.

### **Задания для самостоятельного выполнения**

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. – М., 2018. - 240 с.

### **Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

- устный опрос
- проверка практических работ

### **Вопросы для самоконтроля по теме**

1. Назовите порядок выполнения действий в числовых выражениях со скобками и без скобок.
2. Дайте определение абсолютной погрешности.
3. Дайте определение относительной погрешности.
4. Правило округления чисел.

## **Тема 1.2. Корни, степени и логарифмы**

**Основные понятия и термины по теме:** корни натуральной степени из числа и их свойства, степени с рациональными показателями и действительными показателями, их свойства, логарифм числа, основное логарифмическое тождество, десятичные и натуральные логарифмы, правила действий с логарифмами, переход к новому основанию.

### **План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Преобразование рациональных, иррациональных степенных, показательных и логарифмических выражений.
2. Вычисление и сравнение корней.
3. Выполнение расчетов с радикалами.
4. Решение иррациональных уравнений.
5. Нахождение значений степеней с рациональными показателями.
6. Сравнение степеней.
7. Преобразования выражений, содержащих степени.
8. Решение показательных уравнений.
9. Решение прикладных задач.
10. Нахождение значений логарифма по произвольному основанию.
11. Переход от одного основания к другому.
12. Вычисление и сравнение логарифмов.
13. Логарифмирование и потенцирование выражений.
14. Решение логарифмических уравнений.

### Краткое изложение теоретических вопросов:

*Определение.* Корнем  $n$  – ой степени из числа  $a$  называется такое число,  $n$ -ая степень которого равна  $a$ .

*Определение.* Арифметическим корнем  $n$  – ой степени из числа  $a$  называют неотрицательное число,  $n$ -ая степень которого равна  $a$ .

При четном  $n$  существуют два корня  $n$  – ой степени из любого положительного числа  $a$ ; корень  $n$  – ой степени из числа  $0$  равен  $0$ ; корней четной степени из отрицательных чисел не существует.

При нечетном  $n$  существует корень  $n$  – ой степени из любого числа  $a$ , и притом только один. Для корней нечетной степени справедливо равенство  $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$ .

*Основные свойства корней.*

Для любого натурального  $n$ , целого  $k$  и любых неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  выполнены равенства:

1.  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$

2.  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$

3.  $\sqrt[n]{a^k} = \sqrt[nk]{a^k}, k > 0$

4.  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}, k > 0$

5.  $\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$ , если  $k \leq 0$ , то  $a \neq 0$ .

6. Для любых чисел  $a$  и  $b$ , таких, что  $0 \leq a < b$ , выполняется неравенство

$$\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}.$$

*Иррациональные уравнения* – это уравнения, в которых переменная находится под знаком корня. Одним из способов решения таких уравнений является *возведение обеих частей уравнения в степень, равную показателю степени корня*. Если степень четная, то необходима проверка корней.

Простейшее *показательное уравнение* вида  $a^x = b$ , где  $a > 0$ ;  $a \neq 1$ ,  $b > 0$  имеет единственный корень. Для этого надо  $b$  представить в виде  $b = a^c$ , тогда  $a^x = a^c$  и  $c$  - решение уравнения  $a^x = b$ .

$\log_a x = b$ , где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  – *простейшее логарифмическое уравнение*;  $a^b = x$  – решение данного уравнения (по определению логарифма), по теореме о корне это решение является единственным.

*Замечание.* При решении уравнений и неравенств применяйте свойства логарифмов и формулу перехода от одного основания логарифма к другому.

### **Практические занятия:**

№6. Применение свойств корней и степеней

№7. Решение иррациональных уравнений

№8. Решение показательных уравнений и неравенств

№9. Решение логарифмических уравнений и неравенств

### **Контрольные работы:**

№ 1. Решение показательных и логарифмических уравнений

### **Задания для самостоятельного выполнения**

### **Вопросы для самоконтроля по теме:**

## **РАЗДЕЛ 2. ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ**

### **Тема 2.1. Основные понятия**

**Основные понятия и термины по теме:** радианная мера угла, вращательное движение, синус, косинус, тангенс и котангенс.

### **План изучения темы (перечень вопросов, обязательных к изучению):**

1. Применение радианного метода измерения углов вращения и их связи с градусной мерой.
2. Изображение углов вращения на окружности.
3. Формулирование определений тригонометрических функций для углов поворота.

### **Практические занятия - не предусмотрено**

### **Задания для самостоятельного выполнения**

### **Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

### **Вопросы для самоконтроля по теме - не предусмотрено**

### **Тема 2.2. Основные тригонометрические тождества**

**Основные понятия и термины по теме:** формулы приведения, сложения, удвоения, половинного аргумента.

### **План изучения темы (перечень вопросов, обязательных к изучению):**

1. Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них.

### Краткое изложение теоретических вопросов:

*Основные тригонометрические формулы.*

*1 группа. Основные тригонометрические тождества:*

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

*2 группа. Формулы сложения:*

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

*3 группа. Формулы половинного аргумента:*

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

*4 группа. Формулы двойного аргумента и тройного аргумента:*

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

*5 группа. Формулы приведения:*

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

*Мнемоническое правило:*

перед приведенной функцией ставится тот знак, который имеет исходная функция, если  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ;

функция меняется на «кофункцию», если  $n$  нечетно; функция не меняется, если  $n$  четно.

**Практические занятия:**

**№ 10.** Применение формул сложения, удвоения, половинного аргумента.

**Задания для самостоятельного выполнения** - не предусмотрено

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

– устный опрос

**Вопросы для самоконтроля по теме** - не предусмотрено

### **Тема 2.3. Преобразования простейших тригонометрических выражений**

**Основные понятия и термины по теме:** сумма тригонометрических функций, через тангенс половинного аргумента.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.
2. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.
3. Применение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.
4. Применять свойства симметрии точек на единичной окружности для вывода формул приведения.

**Краткое изложение теоретических вопросов:**

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. – М., 2018. - 240 с.

**Практические занятия:**

**№ 11.** Преобразование тригонометрических выражений.

**Задания для самостоятельного выполнения:**

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. – М., 2018. - 240 с.

### **Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

### **Вопросы для самоконтроля по теме:**

### **Тема 2.4. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.**

**Основные понятия и термины по теме:** обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс, простейшие тригонометрические уравнения, простейшие тригонометрические неравенства.

### **План изучения темы (перечень вопросов, обязательных к изучению):**

1. Решать по формулам и тригонометрическому кругу простейшие тригонометрические уравнения.
2. Применять общие методы решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.
3. Демонстрировать на круге решения простейших тригонометрических неравенств.

### **Краткое изложение теоретических вопросов:**

#### *Основные тригонометрические уравнения*

1.  $\cos x = a$ , если  $-1 \leq a \leq 1$ , то  $x = \pm \arccos a + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $\arccos a \in [0; \pi]$
2.  $\sin x = a$ , если  $-1 \leq a \leq 1$ , то  $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $\arcsin a \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
3.  $\operatorname{tg} x = a$ , то  $x = \operatorname{arctg} a + \pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $\operatorname{arctg} a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

#### *Частные случаи:*

$$\cos x = 0; \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -1; \quad x = -\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 1; \quad x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x = 0; \quad x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -1; \quad x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 0; \quad x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 1; \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



*Однородные уравнения* – это уравнения вида:

$$a \sin x + b \cos x = 0$$

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$$

Они решаются делением левой и правой частей уравнения на косинус (синус) в степени, равной степени уравнения, при условии, что  $\cos x \neq 0$  ( $\sin x \neq 0$ )

**Практические занятия:**

**№12.** Решение тригонометрических уравнений

**№13.** Решение тригонометрических неравенств

**Контрольные работы:**

**№ 2.** Решение тригонометрических уравнений и неравенств

**Задания для самостоятельного выполнения**

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

– устный опрос

**Вопросы для самоконтроля по теме** - не предусмотрено

## **РАЗДЕЛ 3. ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ**

### **Тема 3.1. Функции, их свойства и графики**

**Основные понятия и термины по теме:** функция, область определения и множество значений, график функции, свойства функции, монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность, промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума, графическая интерпретация, сложная функция (композиция), непрерывность функции, обратные функции, область определения и область значений обратной функции, график обратной функции.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Определение по формуле простейшие зависимости, вид ее графика.
2. Выражение по формуле одной переменной через другие.
3. Нахождение области определения и области значений функции.
4. Вычисление значения функций по значению аргумента.
5. Демонстрация свойств линейной и квадратичной функций.
6. Исследование линейной, кусочно-линейной, дробно-линейной и квадратичной функций.
7. Построение и чтение графиков функций.
8. Составление видов функций по данному условию, решение задач на экстремум.
9. Преобразование графиков функций.

### **Краткое изложение теоретических вопросов:**

*Виды преобразований графиков функций:*

1. Параллельный перенос на вектор  $(0;b)$  вдоль оси ординат.
2. Растяжение вдоль оси  $Oy$  с коэффициентом  $k$ .
3. Параллельный перенос вдоль оси абсцисс на вектор  $(a; 0)$ .
4. Растяжение вдоль оси  $Ox$  с коэффициентом  $k$ .
5. Отображение.

Пусть дан график  $y = f(x)$ . Преобразовать его – это значит построить новый график, изменяя первоначальный.

- ✓ Для построения графика функции  $y = f(x) + b$  надо перенести график функции  $f(x)$  на вектор  $(0;b)$  вдоль оси ординат.
- ✓ Для построения графика функции  $y = kf(x)$  надо растянуть график функции  $y = f(x)$  в  $k$  раз вдоль оси ординат. *Замечание.* Если  $0 < k < 1$ , то растяжение называется сжатием.
- ✓ График функции  $y = f(x-a)$  получается из графика функции  $y = f(x)$  переносом вдоль оси абсцисс на вектор  $(a;0)$ , причем при  $a > 0$  график переносим влево, а при  $a < 0$  – вправо.
- ✓ Для построения графика функции  $y = f\left(\frac{x}{k}\right)$  надо подвергнуть график функции растяжению с коэффициентом  $k$  вдоль оси абсцисс.
- ✓ Для построения графика функции  $y = k f(x)$ , где  $k < 0$ , надо отобразить график  $y = k f(x)$  относительно оси  $Ox$ .
- ✓ Для построения графика функции  $y = f(kx)$ , где  $k < 0$ , надо отобразить график  $y = f(kx)$  относительно оси  $Oy$ .

### **Практические занятия:**

**№14.** Определение функций. Построение и чтение графиков функций.

**№15.** Исследование функции.

**№16.** Исследование свойств линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций, непрерывных и периодических функций.

### **Задания для самостоятельного выполнения**

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**  
- не предусмотрено

**Вопросы для самоконтроля по теме** - не предусмотрено

### **Тема 3.2. Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции**

**Основные понятия и термины по теме:** степенная функция, свойства степенной функции, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, свойства и графики обратных тригонометрических функций, преобразование графиков (параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y = x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат).

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Изучение определений арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа, изображение на единичной окружности.
2. Ознакомление с примерами функциональных зависимостей в реальных процессах из смежных дисциплин.
3. Использование свойств функций для сравнения значений степеней и логарифмов.
4. Построение графиков степенных, показательных и логарифмических функций.
5. Построение графиков тригонометрических функций.
6. Описание процессов в физике на примерах гармонических колебаний.
7. Применение свойств функций для сравнения значений тригонометрических функций.
8. Выполнение преобразований графиков функций.

**Краткое изложение теоретических вопросов:**

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. – М., 2018. - 240 с.

**Практические занятия:**

**№17.** Преобразование графиков функций

**№18.** Исследование тригонометрических функций

**№19.** Построение графиков показательной и логарифмической функций

**Задания для самостоятельного выполнения** - не предусмотрено

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

- не предусмотрено

**Вопросы для самоконтроля по теме** - не предусмотрено

## **РАЗДЕЛ 4. НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

### **Тема 4.1. Последовательности**

**Основные понятия и термины по теме:** способы задания и свойства числовых последовательностей, предел последовательности, предел монотонной ограниченной последовательности, суммирование последовательностей, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Изучение понятия числовой последовательности, способов ее задания.
2. Вычисление членов числовой последовательности.
3. Изучение понятия предела последовательности.
4. Вычисление суммы бесконечного числового ряда на примере вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
5. Решение задач на применение формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

**Краткое изложение теоретических вопросов:**

**Практические занятия:**

**№ 20.** Нахождение суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии

**Задания для самостоятельного выполнения**

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

– устный опрос

**Вопросы для самоконтроля по теме**

1. Что такое последовательность?
2. Как обозначается последовательность?
3. Виды последовательностей (приведите примеры).
4. Способы задания последовательностей (приведите примеры).
5. Что такое предел последовательности?

## Тема 4.2. Производная

**Основные понятия и термины по теме:** производная функции, ее геометрический и физический смысл, касательная к графику функции, правила дифференцирования, производные основных элементарных функций, производные обратной функции и композиции функции, вторая производная, ее геометрический и физический смысл, уравнение касательной к графику функции.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Ознакомление с понятием производной.
2. Изучение и формулирование ее механического и геометрического смысла.
3. Изучение алгоритма вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной.
4. Составление уравнения касательной в общем виде.
5. Применение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций для дифференцирования функций, составления уравнения касательной.
6. Изучение теоремы о связи свойств функции и производной, формулирование их.
7. Исследование функций с помощью производной, заданной формулой.
8. Установление связи свойств функции и производной по их графикам.
9. Применение производной для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума.

**Краткое изложение теоретических вопросов:**

*Формулы дифференцирования:*

1.  $(kx + b)' = k; \quad x' = 1; \quad C' = 0;$

2.  $(x^n)' = nx^{n-1};$

3.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}};$

4.  $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2};$

5.  $(\sin x)' = \cos x;$

6.  $(\cos x)' = -\sin x;$

7.  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x};$

8.  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

*Правила дифференцирования:*

1.  $(u \pm v)' = u' \pm v'$ ; (производная суммы и разности)
2.  $(uv)' = u'v + uv'$ ; (производная произведения)
3.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ ; (производная частного)
4.  $[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ ; (производная сложной функции)

*Касательная к графику функции  $f(x)$  в точке  $A_0(x_0; f(x_0))$  – это прямая, проходящая через точку  $A_0$ , угловой коэффициент которой равен значению  $f'$  в точке  $x_0$ .*

*Геометрический смысл производной:* значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в этой точке:  $f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha$ .

*Уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ :*

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

*Правило нахождения наибольшего и наименьшего значений:*

Чтобы найти наибольшее и наименьшее значения функции, имеющей на отрезке конечное число критических точек, нужно вычислить значения функции во всех критических точках и на концах отрезка, а затем из полученных чисел выбрать наибольшее и наименьшее.

### **Практические занятия:**

№21. Нахождение производной функции

№22. Нахождение производной сложной функции

№23. Составление уравнения касательной к графику функции

№24. Вычисление приближённых значений функции

№25. Исследование функций с помощью производной. Построение графиков функций

№26. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции

№27. Производная показательной функции

### **Контрольные работы:**

№ 3. Производная. Геометрический и физический смысл производной.

**Задания для самостоятельного выполнения** – не предусмотрено

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

– не предусмотрено

**Вопросы для самоконтроля по теме** - не предусмотрено

## Тема 4.2. Первообразная и интеграл

**Основные понятия и термины по теме:** первообразная и интеграл, основное свойство первообразной, правила нахождения первообразных, площадь криволинейной трапеции, формула Ньютона - Лейбница.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Ознакомление с понятием интеграла и первообразной.
2. Изучение правил вычисления первообразной и теоремы Ньютона Лейбница.
3. Решение задач на связь первообразной и ее производной.
4. Вычисление первообразных функции.
5. Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей.

**Краткое изложение теоретических вопросов:**

Формула Ньютона – Лейбница:

Если  $F$  – первообразная для  $f$  на  $[a; b]$ , то  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ .

**Практические занятия:**

№28. Вычисление площади криволинейной трапеции

№29. Решение геометрических и физических задач

**Контрольные работы:**

№ 4. Первообразная и интеграл

**Задания для самостоятельного выполнения** – не предусмотрено

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**  
– не предусмотрено

**Вопросы для самоконтроля по теме** - не предусмотрено

## РАЗДЕЛ 5. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

### Тема 5.1. Уравнения и системы уравнений

**Основные понятия и термины по теме:** рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и их системы, равносильность уравнений, неравенств и их систем, основные приемы

их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод).

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Объяснение корней алгебраических уравнений, исследование уравнений и систем уравнений.
2. Изучение теории равносильности уравнений и применение ее при решении уравнений.
3. Решение стандартных уравнений, применение различных приемов преобразования уравнений для приведения к стандартному уравнению.
4. Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических уравнений и их систем.
5. Использование свойств и графиков функций для решения уравнений.
6. Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода).
7. Решение систем уравнений с применением различных способов.

**Краткое изложение теоретических вопросов:**

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. – М., 2018. - 240 с.

**Практические занятия:**

№30. Решение показательных уравнений и их систем.

№ 31. Решение тригонометрических уравнений и их систем.

**Контрольные работы:**

№ 5. Решение уравнений и их систем

**Задания для самостоятельного выполнения** - не предусмотрено

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

– Проверка тетрадей

**Вопросы для самоконтроля по теме** - не предусмотрено

## **Тема 5.2. Неравенства**



**Основные понятия и термины по теме:** рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические неравенства, основные приемы их решения, равносильность неравенств, их систем.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.
2. Интерпретирование результатов с учетом реальных ограничений.

**Краткое изложение теоретических вопросов:**

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. – М., 2018. - 240 с.

**Практические занятия:**

**№32.** Решение рациональных и иррациональных неравенств и их систем

**№33.** Решение показательных неравенств и их систем

**Задания для самостоятельного выполнения** - не предусмотрено

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

– Проверка тетради

**Вопросы для самоконтроля по теме** - не предусмотрено

### **Тема 5.3. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств.**

**Основные понятия и термины по теме:** метод интервалов, множество решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств и уравнений.
2. Интерпретирование результатов с учетом реальных ограничений.

**Краткое изложение теоретических вопросов:**

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. – М., 2018. - 240 с.

**Практические занятия:**

**№34.** Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств

**Задания для самостоятельного выполнения** - не предусмотрено

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

– Проверка тетради

**Вопросы для самоконтроля по теме** - не предусмотрено

#### **Тема 5.4. Прикладные задачи**

**Основные понятия и термины по теме:** математические методы для решения содержательных задач из различных областей науки и практики, интерпретация результата, учет реальных ограничений.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.

**Краткое изложение теоретических вопросов:**

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. – М., 2018. - 240 с.

**Практические занятия:**

**№32.** Решение рациональных и иррациональных неравенств и их систем

**№33.** Решение показательных неравенств и их систем

**Задания для самостоятельного выполнения** - не предусмотрено

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

- не предусмотрено

**Вопросы для самоконтроля по теме** - не предусмотрено

### **РАЗДЕЛ 6. КОМБИНАТОРИКА, СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

#### **Тема 6.1. Элементы комбинаторики**

**Основные понятия и термины по теме:** основные понятия комбинаторики, задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний, формула бинома Ньютона, свойства биномиальных коэффициентов, треугольник Паскаля.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Изучение правил комбинаторики и применение их при решении комбинаторных задач.
2. Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения.
3. Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления.
4. Применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.
5. Ознакомление с биномом Ньютона и треугольником Паскаля.
6. Решение практических задач с использованием понятий и правил комбинаторики.

**Краткое изложение теоретических вопросов:**

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. – М., 2018. - 240 с.

**Практические занятия:**

**№35.** Применение формул перестановок, сочетаний, размещений.

**Задания для самостоятельного выполнения** - не предусмотрено

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

- Проверка конспекта

**Вопросы для самоконтроля по теме** - не предусмотрено

## **Тема 6.2. Элементы теории вероятностей**

**Основные понятия и термины по теме:** событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей, независимость событий, дискретная случайная величина, закон ее распределения, числовые характеристики дискретной случайной величины, закон больших чисел.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Изучение классического определения вероятности, свойств вероятности, теореме о сумме вероятностей.
2. Решение задач на вычисление вероятностей событий.

**Краткое изложение теоретических вопросов:**

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. – М., 2018. - 240 с.

**Практические занятия:**

**№36.** Сложение и умножение вероятностей

**Задания для самостоятельного выполнения** - не предусмотрено

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

– Устный опрос

**Вопросы для самоконтроля по теме:**

**Тема 6.3. Элементы математической статистики**

**Основные понятия и термины по теме:** представление данных (таблицы, диаграммы, графики), генеральная совокупность, выборка, среднее арифметическое, медиана, классическое определение вероятности, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Ознакомление с представлением числовых данных и их характеристиками.
2. Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик.
3. Решение практических задач с применением вероятностных методов.

**Краткое изложение теоретических вопросов:**

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. – М., 2018. - 240 с.

**Практические занятия:**

**№37.** Решение практических задач с применением вероятностных методов.

**Задания для самостоятельного выполнения** - не предусмотрено

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

– Устный опрос

**Вопросы для самоконтроля по теме:**

## РАЗДЕЛ 7. ГЕОМЕТРИЯ

### Тема 7.1. Прямые и плоскости в пространстве

**Основные понятия и термины по теме:** взаимное расположение двух прямых в пространстве, параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей, перпендикулярность прямой и плоскости, перпендикуляр и наклонная, угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярность двух плоскостей, геометрические преобразования пространства (параллельный перенос, симметрия относительно плоскости), параллельное проектирование, площадь ортогональной проекции.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Формулирование доказательств признаков взаимного расположения прямых и плоскостей.
2. Распознавание на чертежах и моделях различные случаи взаимного расположения прямых и плоскостей, аргументирование своих суждений.
3. Формулирование определений, признаков и свойств параллельных и перпендикулярных плоскостей, двугранных и линейных углов.
4. Выполнение построения углов между: прямыми, прямой и плоскостью, плоскостями по описанию и распознавание их на моделях.
5. Применение признаков и свойств расположения прямых и плоскостей при решении задач.
6. Демонстрирование на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляры и наклонные к плоскости и прямым, параллельные плоскости, углы между прямой и плоскостью и обоснование построения.
7. Решение задач на вычисление геометрических величин.
8. Вычисление расстояний: от точки до плоскости, от прямой до плоскости, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве.
9. Формулирование и доказательство основных теорем о расстояниях (теорем существования, свойств).
10. Изображение на чертежах и моделях расстояния, обосновывая свои суждения.
11. Применение формул и теорем планиметрии для решения задач.
12. Ознакомление с понятием параллельного проектирования и его свойствами. Формулирование теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника.
13. Применение теории для обоснования построений и вычислений.
14. Аргументирование своих суждения о взаимном расположении пространственных фигур.

### **Краткое изложение теоретических вопросов:**

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2017. – 216 с.

### **Практические занятия:**

**№38.** Решение задач с применением аксиом стереометрии.

**№39.** Применение признаков параллельности прямой и плоскости, параллельности плоскостей.

**№40.** Определение углов между: скрещивающимися прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.

**№41.** Применение теоремы о трех перпендикулярах.

**№42.** Нахождение двугранного угла.

**Задания для самостоятельного выполнения** - не предусмотрено

### **Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

- тест

### **Вопросы для самоконтроля по теме:**

1. Сформулируйте аксиомы стереометрии.
2. Сформулируйте следствия из аксиом.

## **Тема 7.2. Многогранники**

**Основные понятия и термины по теме:** вершины, ребра, грани многогранника, развертка, многогранные углы, выпуклые многогранники, теорема Эйлера, призма, прямая и наклонная призма, правильная призма, параллелепипед, куб, пирамида, правильная пирамида, усеченная пирамида, симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде, сечения куба, призмы и пирамиды, правильные многогранники (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

### **План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Перечисление элементов и свойств различных видов многогранников.
2. Изображение многогранников.
3. Вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях, аргументируя свои суждения.
4. Изображение сечений, разверток многогранников, вычисление площадей поверхностей.
5. Построение простейших сечений куба, призмы, пирамиды.
6. Применение фактов и сведений из планиметрии.

7. Ознакомление с видами симметрий в пространстве, формулировка определений и свойств.
8. Применение свойств симметрии при решении задач.
9. Использование приобретенных знаний для исследования и моделирования несложных задач.
10. Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач.

### Краткое изложение теоретических вопросов:

#### *Треугольник*

$$p = \frac{a+b+c}{2}, \text{ где } p - \text{ полупериметр}$$

$$S = \frac{1}{2}ha = \frac{1}{2}ab \cdot \sin \gamma = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{abc}{4R} = pr, \text{ где } R - \text{ радиус описанной}$$

окружности,  $r$  – радиус вписанной окружности.

$$\text{Теорема синусов: } \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

$$\text{Теорема косинусов: } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

#### *Прямоугольный треугольник*

$$\text{Теорема Пифагора: } c^2 = a^2 + b^2$$

$$r = \frac{a+b-c}{2}; R = \frac{c}{2}$$

#### *Параллелограмм*

$$S = ab \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2}d_1 d_2 \cdot \sin \beta; \quad d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$

#### *Трапеция*

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

#### *Окружность, круг*

$$\text{Длина окружности: } \ell = 2\pi \cdot R$$

$$\text{Площадь круга: } S = \pi \cdot R^2$$

$$\text{Длина дуги окружности: } \ell = R \cdot \alpha$$

$$\text{Площадь сектора: } S = \frac{\beta}{2} \cdot R^2; S = \frac{\beta^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot R^2$$

### Практические занятия:

- №43. Нахождение элементов призмы.
- №44. Нахождение элементов пирамиды.
- №45. Построение сечений многогранников.

**Задания для самостоятельного выполнения** - не предусмотрено

### Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:

Устный опрос

### **Вопросы для самоконтроля по теме:**

1. Что такое многогранник?
2. Приведите примеры многогранников.
3. Что называется гранью?
4. Что такое ребра и вершины?
5. Какое наименьшее число ребер может иметь многогранник?
6. Дайте определение диагонали многогранника.
7. Чем отличаются выпуклые многогранники от невыпуклых?
8. Какова сумма всех плоских углов в выпуклом многограннике?
9. Что такое призма?
10. Запишите определение высоты призмы.
11. Какая призма называется прямой, а какая наклонной?
12. Является ли наклонная призма правильной?
13. Чему равна площадь полной поверхности призмы?
14. Параллелепипед – это призма? Наклонный параллелепипед?
15. Что такое пирамида?
16. Нарисуйте пирамиду в тетради и покажите основания, боковые грани, и ребра пирамиды.
17. Запишите определение высоты пирамиды.
18. Какая пирамида называется правильной?
19. Чему равна площадь полной поверхности пирамиды?
20. Что такое апофема?
21. Чему равна площадь боковой поверхности правильной пирамиды?
22. Запишите определение усеченной пирамиды, высоты, правильной усеченной пирамиды.
23. Чему равна площадь боковой поверхности усеченной пирамиды?

### **Тема 7.3. Тела и поверхности вращения**

**Основные понятия и термины по теме:** цилиндр, конус, усеченный конус, основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка, осевые сечения и сечения, параллельные основанию, шар и сфера, их сечения, касательная плоскость к сфере.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):



1. Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств.
2. Формулирование теорем о сечении шара плоскостью и плоскости, касательной к сфере.
3. Изображение тел вращения, их разверток, сечений.
4. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей.
5. Решение задач, применяя доказательные рассуждения.
6. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.
7. Изображение основных круглых тел и выполнение рисунков по условию задачи.

#### **Краткое изложение теоретических вопросов:**

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2017. — 216 с.

#### **Практические занятия:**

- №46. Нахождение элементов цилиндра.
- №47. Нахождение элементов конуса.
- №48. Построение сечений тел вращения.

#### **Контрольные работы:**

№ 6. Тела вращения.

#### **Задания для самостоятельного выполнения**

#### **Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

Проверка таблицы

#### **Вопросы для самоконтроля по теме**

### **Тема 7.4. Измерения в геометрии**

**Основные понятия и термины по теме:** объем и его измерение, интегральная формула объема, формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра, пирамиды и конуса, формулы площади поверхностей цилиндра и конуса, формулы объема шара и площади сферы, подобие тел, отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел.

#### **План изучения темы (перечень вопросов, обязательных к изучению):**

1. Ознакомление с понятиями площади и объема, аксиомами и свойствами.
2. Решение задач на вычисление площадей плоских фигур с применением соответствующих формул и фактов из планиметрии.
3. Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов.
4. Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения.
5. Ознакомление с методом вычисления площади поверхности сферы.
6. Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел.

**Краткое изложение теоретических вопросов:**

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2017. — 216 с.

**Практические занятия:**

**№49.** Вычисление площади сечения шара.

**№50.** Вычисление площадей поверхностей и объемов параллелепипеда и призмы.

**Задания для самостоятельного выполнения** - не предусмотрено

**Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

– Устный опрос

**Вопросы для самоконтроля по теме** - не предусмотрено

**Тема 7.5. Координаты и векторы**

**Основные понятия и термины по теме:** прямоугольная (декартова) система координат в пространстве, формула расстояния между двумя точками, уравнения: сферы, плоскости и прямой, векторы, модуль вектора, равенство векторов, сложение векторов, умножение вектора на число, разложение вектора по направлениям, угол между двумя векторами, проекция вектора на ось, координаты вектора, скалярное произведение векторов.

**План изучения темы** (перечень вопросов, обязательных к изучению):

1. Ознакомление с понятием вектора.
2. Изучение декартовой системы координат в пространстве, построение по заданным координатам точки, нахождение координат точек.
3. Составление уравнения окружности, сферы, плоскости.
4. Вычисление расстояния между точками.
5. Изучение свойств векторных величин, правил разложения векторов в трехмерном пространстве, правил нахождения координат вектора в пространстве, правил действий с векторами, заданными координатами.
6. Применение теории при решении задач на действия с векторами.
7. Изучение скалярного произведения векторов, векторного уравнения прямой и плоскости.
8. Применение теории при решении задач на действия с векторами, координатного метода, векторов для вычисления величин углов и расстояний.
9. Ознакомление с доказательствами теорем стереометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей с использованием векторов.

### **Краткое изложение теоретических вопросов:**

В прямоугольной системе координат уравнение сферы радиуса  $R$  с центром  $C(x_0, y_0, z_0)$  имеет вид:  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$

*Три случая взаимного расположения сферы и плоскости:*

- 1) если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность:  $d < R$ , то  $R^2 - d^2 > 0$ , то радиус окружности можно найти по формуле:  $r^2 = R^2 - d^2$ ;
- 2) если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то плоскость и сфера имеют только одну общую точку:  $d = R$ , то  $R^2 - d^2 = 0$ ;
- 3) если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек:  $d > R$ , то  $R^2 - d^2 < 0$ .

### **Практические занятия:**

**№51.** Составление уравнения сферы и вычисление расстояния от сферы до плоскости.

**Задания для самостоятельного выполнения** - не предусмотрено

### **Форма контроля самостоятельной (внеаудиторной) работы:**

Устный опрос

### **Вопросы для самоконтроля по теме:**

1. Что такое проекция?

2. Виды проектирования (приведите примеры).
3. Свойства параллельного проектирования.
4. Свойство ортогональной проекции плоского многоугольника.
5. Примеры проекции в жизни.

Инструкция по выполнению теста. Внимательно прочитайте каждый вопрос и предлагаемые к нему варианты ответа. Отвечайте только после того, как вы поняли вопрос и проанализировали все варианты ответа. Рекомендуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны в работе. Если какое-то задание у вас вызывает затруднение, то пропустите его и постарайтесь выполнить те, в которых вы уверены. К пропущенному заданию можно вернуться, если у вас останется время.

К каждому из тестовых заданий работы предлагается 4 варианта ответа, из которых один правильный. В некоторых заданиях несколько вариантов ответа. Задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал номер (номера) правильного ответа. Задание считается невыполненным в следующих случаях: а) указан номер (номера) неправильного ответа; б) номер ответа не указан. Задание считается выполненным частично, если указан один или два из возможных ответов.

#### 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Текущий контроль

Результаты обучения	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
<p><b>личностных:</b>  <i>личностных</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;</li> <li>- понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;</li> <li>- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;</li> <li>- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- экспертная оценка выполнения заданий.</li> <li>- экспертная оценка выполнения контрольных работ.</li> <li>- экспертная оценка выполнения практических работ.</li> <li>- дифференцированный зачет</li> </ul>

<p>естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;</li> <li>- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;</li> <li>- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;</li> <li>- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;</li> </ul> <p><b>метапредметных:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;</li> <li>- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;</li> <li>- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;</li> <li>- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;</li> <li>- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- экспертная оценка выполнения заданий.</li> <li>- экспертная оценка выполнения контрольных работ.</li> <li>- экспертная оценка выполнения практических работ.</li> <li>- дифференцированный зачет</li> </ul>
---	--

<p>точку зрения, использовать адекватные языковые средства;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;</li> <li>- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;</li> </ul> <p><b>предметных:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;</li> <li>- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;</li> <li>- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;</li> <li>- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;</li> <li>- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;</li> <li>- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- экспертная оценка выполнения заданий.</li> <li>- экспертная оценка выполнения контрольных работ.</li> <li>- экспертная оценка выполнения практических работ.</li> <li>- дифференцированный зачет.</li> <li>- экзамен.</li> </ul>
--	---

<p>- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;</p> <p>- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.</p>	
--	--

### **Промежуточный контроль по дисциплине**

Условием допуска к промежуточной аттестации по ОУД является положительная текущая аттестация по ОУД.

Промежуточная аттестация проводится в форме дифференцированного зачета по вариантам на 1 курсе (1 и 2 семестры), на 2 курсе (3 семестр). Все варианты имеют одинаковую структуру:

Практическое задание – предполагает решение расчетных задач на основе использования теоретических знаний при решении практических задач.

#### **Критерии оценки:**

Ответ обучающегося оценивается по пятибалльной шкале. Общая экзаменационная оценка выводится из оценок за выполнение каждого из 8 заданий варианта и является их средним арифметическим. Оценка обучающегося складывается из его знаний и умений выходить на различный уровень воспроизведения материала.

**Оценка «отлично»** ставится, если обучающийся полно, логично, осознанно излагает материал, выделяет главное, аргументирует свою точку зрения на ту или иную проблему, имеет системные полные знания и умения по составленному вопросу. Содержание вопроса обучающийся излагает связно, в краткой форме, раскрывает последовательно суть изученного материала, демонстрируя прочность и прикладную направленность полученных знаний и умений, не допускает терминологических ошибок и фактических неточностей.

**Оценка «хорошо»** ставится, если обучающийся знает материал, строит ответ четко, логично, устанавливает причинно-следственные связи в рамках

дисциплины, но допускает незначительные неточности в изложении материала и при демонстрации аналитических и проектировочных умений. В ответе отсутствуют незначительные элементы содержания или присутствуют все необходимые элементы содержания, но допущены некоторые ошибки, иногда нарушалась последовательность изложения.

**Оценка «удовлетворительно»** ставится, если обучающийся ориентируется в основных понятиях, строит ответ на репродуктивном уровне, но при этом допускает неточности и ошибки в изложении материала, нуждается в наводящих вопросах, не может привести примеры, допускает ошибки методического характера при анализе дидактического материала и проектировании различных видов деятельности.

**Оценка «неудовлетворительно»** ставится, если обучающийся не ориентируется в основных понятиях, демонстрирует поверхностные знания, если в ходе ответа отсутствует самостоятельность в изложении материала либо звучит отказ дать ответ, допускает грубые ошибки при выполнении заданий аналитического и проектировочного характера

Условием положительной аттестации по дисциплине является положительная оценка освоения всех умений и знаний по всем контролируемым показателям.

Предметом оценки освоения ОУД являются умения и знания. Дифференцированный зачет по ОУД проводится с учетом результатов текущего контроля.

### **Перечень практических заданий к дифференцированному зачету № 1 (1 семестр):**

1. Для функции  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$  найдите  $f(-3)$ .
2. Для функции  $f(x) = 3x^2 - x^3 + 2$  найдите  $f(-3)$ .
3. Для функции  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ . Найдите  $f(-1)$ .
4. Для функции  $f(x) = 2x^2 - x^3 + 5$ . Найдите  $f(-5)$ .
5. Постройте график функции  $y = x^2 - 2$ . По графику определите:
  - а) промежутки монотонности функции;
  - б) минимальное (максимальное) значение функции.
6. Постройте график функции  $y = -x^2 + 2$ . По графику определите:
  - а) промежутки монотонности функции;
  - б) минимальное (максимальное) значение функции.
7. Постройте график функции  $y = -x + 5$ . По графику определите:
  - а) промежутки монотонности функции;
  - б) минимальное (максимальное) значение функции.



8. Постройте график функции  $y = x - 7$ . По графику определите:
- промежутки монотонности функции;
  - минимальное (максимальное) значение функции.
9. Вычислите:
- $\sin \frac{7\pi}{3}$
  - $\operatorname{tg} 150^\circ$
  - $\sin 58^\circ \cos 13^\circ - \cos 58^\circ \sin 13^\circ$
10. Вычислите:
- $\cos \frac{7\pi}{4}$
  - $\operatorname{ctg} 120^\circ$
  - $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{7\pi}{12}$
11. Вычислите:
- $\sin \frac{9\pi}{4}$
  - $\operatorname{tg} 315^\circ$
  - $\sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{10}$
12. Вычислите:
- $\cos \frac{4\pi}{3}$
  - $\operatorname{ctg} 135^\circ$
  - $\cos 78^\circ \cdot \cos 108^\circ + \sin 78^\circ \cdot \sin 108^\circ$
13. Известно, что  $\sin t = \frac{4}{5}$ ,  $0 < t < \frac{\pi}{2}$ . Вычислите  $\cos t, \operatorname{tg} t, \operatorname{ctg} t$ .
14. Известно, что  $\sin t = \frac{3}{5}$ ,  $0 < t < \frac{\pi}{2}$ . Вычислите  $\cos t, \operatorname{tg} t, \operatorname{ctg} t$ .
15. Известно, что  $\sin \alpha = -0,6$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Вычислите  $\cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ .
16. Известно, что  $\sin t = -0,8$ ,  $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$ . Вычислите  $\cos t, \operatorname{tg} t, \operatorname{ctg} t$ .
17. Найдите значение выражения:

а)  $\sin \pi - \cos \frac{\pi}{2}$

б)  $\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{3}$

в)  $\cos \frac{\pi}{4} + \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3}$

18. Найдите значение выражения:

а)  $\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{4}$

б)  $\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{6}$

в)  $\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{3}$

19. Найдите значение выражения:

а)  $\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{4}$

б)  $\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{6}$

в)  $\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{3}$

20. Найдите значение выражения:

а)  $\sin \pi - \cos \frac{\pi}{2}$

б)  $\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{3}$

в)  $\cos \frac{\pi}{4} + \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3}$

21. Упростите выражение:

а)  $(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)$

б)  $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$

22. Упростите выражение:

а)  $\cos^2 \alpha - (1 - \sin^2 \alpha)$

б)  $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$

23. Упростите выражение:

а)  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$

б)  $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)$

24. Упростите выражение:

а)  $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$

б)  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$

25. Сравните числа:

а)  $\left(\frac{1}{2}\right)^4$  и  $\left(\frac{1}{2}\right)^6$

б)  $2^{\frac{1}{3}}$  и  $2^{\frac{2}{3}}$

26. Сравните числа:

а)  $2^{\frac{1}{4}}$  и  $2^{\frac{3}{4}}$

б)  $\left(\frac{1}{3}\right)^2$  и  $\left(\frac{1}{3}\right)^3$

27. Сравните числа:

а)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{11}$  и  $\left(\frac{3}{4}\right)^{12}$

б)  $\left(\frac{4}{3}\right)^2$  и  $\left(\frac{4}{3}\right)^3$

28. Сравните числа:

а)  $5^{\frac{1}{2}}$  и  $5^{\frac{1}{3}}$

б)  $\left(\frac{3}{5}\right)^2$  и  $\left(\frac{3}{5}\right)^4$

29. Вычислите:

а)  $81^{\frac{3}{4}}$

б)  $16^{-0,75}$

в)  $0,0625^{-\frac{1}{4}}$

г)  $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}$

д)  $(2^{\sqrt[3]{4}})^3$

$$\text{е) } \frac{(3\sqrt{3})^2}{9}$$

30. Вычислите:

$$\text{а) } 9^{-1,5}$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$$

$$\text{в) } 0,008^{-\frac{2}{3}}$$

$$\text{г) } \sqrt[3]{-15\frac{5}{8}}$$

$$\text{д) } -3\sqrt[5]{(-7)^5}$$

$$\text{е) } \frac{(2\sqrt{3})^2}{12}$$

31. Вычислите:

$$\text{а) } 49^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{б) } 0,04^{-1,5}$$

$$\text{в) } 0,125^{-\frac{1}{3}}$$

$$\text{г) } \sqrt[3]{-1\frac{61}{64}}$$

$$\text{д) } (2\sqrt[3]{10})^3$$

$$\text{е) } \frac{6}{(2\sqrt{3})^2}$$

32. Вычислите:

$$\text{а) } 9^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

$$\text{в) } 0,0016^{-\frac{3}{4}}$$

$$\text{г) } \sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}$$

$$\text{д) } 7\sqrt[5]{(-7)^5}$$

$$e) \frac{12}{(2\sqrt{3})^2}$$

33. Решить уравнение:

$$a) \frac{2-6x}{3-x} - \frac{3x+4}{x-3} = 3$$

$$б) 2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$$

$$в) \lg(x-9) + \lg(2x-1) = 2$$

$$г) \sqrt{x+2} = x-4$$

34. Решить уравнение:

$$a) \frac{4x}{x+5} - \frac{x}{x-1} = 3$$

$$б) 0,5^{1-2x} - 0,25^{1-x} + 0,5^{3-2x} = 48$$

$$в) \lg(x^2 + 2x - 7) - \lg(x - 1) = 0$$

$$г) \sqrt{x^2 + 9} = 2x - 3$$

35. Решить уравнение:

$$a) \frac{7+9x}{4} + \frac{2-x}{9} = 7x + 1$$

$$б) 2^{2x+4} + 15 \cdot 2^x - 1 = 0$$

$$в) \log_5^2 x - \log_5 x = 2$$

$$г) \sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2x - 1$$

36. Решить уравнение:

$$a) \frac{2-6x}{3-x} - \frac{3x+4}{x-3} = 3$$

$$б) 0,5^{1-2x} - 0,25^{1-x} + 0,5^{3-2x} = 48$$

$$в) \lg(x^2 + 2x - 7) - \lg(x - 1) = 0$$

$$г) \sqrt{x+2} = x-4$$

37. Решить неравенство:

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > 2^{-\frac{x}{2}}$$

$$б) \sqrt{x+12} < x$$

$$в) \log_{0,2}(9x-5) \leq 0$$

38. Решить неравенство:

а)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2x+1} > 9$

б)  $\sqrt{x+3} < x+1$

в)  $\log_{0,2}(3x-2) \leq \log_{0,2}(x+2)$

39. Решить неравенство:

а)  $5^{2x+1} \leq \frac{1}{25}$

б)  $\sqrt{2x+9} < 3-x$

в)  $\log_3(x^2+4x-5) > \log_3(x-1)$

40. Решить неравенство:

а)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2x+1} > 9$

б)  $\sqrt{2x+9} < 3-x$

в)  $\log_{0,2}(9x-5) \leq 0$

**Перечень практических заданий к дифференцированному зачету № 2  
(2 семестр):**

1. Упростить:

а)  $\cos^2 \alpha + (1 - \sin^2 \alpha)$

б)  $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \sin(\pi - \alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}$

2. Упростить:

а)  $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$

б)  $\frac{\operatorname{tg}(\pi + \alpha) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$

3. Упростить:

а)  $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$

б)  $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos(\pi - \alpha)}{\cos^2(\pi - \alpha) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$

4. Упростить:

а)  $\cos^2 \alpha - (1 - \sin^2 \alpha)$

б)  $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(2\pi - \alpha)}{\cos(\pi + \alpha)}$

5. Вычислить  $\sin 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{13}}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

6. Вычислить  $\sin \frac{\alpha}{2}$ , если  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = -\frac{4}{3}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

7. Вычислить  $\sin \frac{\alpha}{2}$ , если  $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

8. Вычислить  $\sin 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{17}}, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

9. Решить уравнение:

а)  $\frac{2-6x}{3-x} - \frac{3x+4}{x-3} = 3$

б)  $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$

в)  $\sqrt{x+2} = x-4$

10. Решить уравнение:

а)  $\frac{4x}{x+5} - \frac{x}{x-1} = 3$

б)  $0,5^{1-2x} - 0,25^{1-x} + 0,5^{3-2x} = 48$

в)  $\sqrt{x^2+9} = 2x-3$

11. Решить уравнение:

а)  $\frac{7+9x}{4} + \frac{2-x}{9} = 7x+1$

б)  $2^{2x+4} + 15 \cdot 2^x - 1 = 0$

в)  $\sqrt{x^2+5x+1} = 2x-1$

12. Решить уравнение:

а)  $\frac{2-6x}{3-x} - \frac{3x+4}{x-3} = 3$

б)  $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$

в)  $\sqrt{x^2+9} = 2x-3$

13. Решите уравнение  $2\sqrt{3} \cos \frac{x}{7} - 3 = 0$

14. Решите уравнение  $2 \sin 5x - \sqrt{2} = 0$

15. Решите уравнение  $\sqrt{3} \sin 5\pi x - 1,5 = 0$

16. Решите уравнение  $\frac{\sqrt{3}}{2 \cos 3x} + 1 = 0$

17. Решить неравенство:

а)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > 2^{-\frac{x}{2}}$

б)  $\sqrt{x+12} < x$

в)  $\log_{0,2}(9x - 5) \leq 0$

18. Решить неравенство:

а)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2x+1} > 9$

б)  $\sqrt{x+3} < x+1$

в)  $\log_{0,2}(3x-2) \leq \log_{0,2}(x+2)$

19. Решить неравенство:

а)  $5^{2x+1} \leq \frac{1}{25}$

б)  $\sqrt{2x+9} < 3-x$

в)  $\log_{x-3}(x^2+4x-5) > \log_{x-3}(x-1)$

20. Решить неравенство:

а)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > 2^{-\frac{x}{2}}$

б)  $\sqrt{x+3} < x+1$

в)  $\log_{0,2}(3x-2) \leq \log_{0,2}(x+2)$

21. Дана функция  $y = 3 - 2\sin x$ . Найдите для нее:

а) область определения;

б) множество значений.

22. Дана функция  $y = 5 - 4\cos x$ . Найдите для нее:

а) область определения;

б) множество значений.

23. Дана функция  $y = 3 - 2\cos x$ . Найдите для нее:

а) область определения;

б) множество значений.

24. Дана функция  $y = 5 - 4\sin x$ . Найдите для нее:

а) область определения;

б) множество значений.

25. Найти период функции  $y = \sin 2x$

26. Найти период функции  $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$

27. Найти период функции  $y = \cos \frac{x}{3}$

28. Найти период функции  $y = \sin 1,5x$

29. Начертите эскиз графика функции:

$$x_{\max} = -3, x_{\min} = 0, f(-3) = 4, f(0) = 0$$



30. Начертите эскиз графика функции:  
 $x_{min} = -4, x_{max} = -1, f(-4) = -3, f(-1) = 1$
31. Начертите эскиз графика функции:  
 $x_{max} = 2, x_{min} = 5, f(2) = 3, f(5) = -4$
32. Начертите эскиз графика функции:  
 $x_{min} = 4, x_{max} = -1, f(4) = -3, f(-1) = -1$
33. Определить является ли функция четной или нечетной  $y = \sin x + \operatorname{ctg} x - x$
34. Определить является ли функция четной или нечетной  $y = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{|x|}$
35. Определить является ли функция четной или нечетной  $y = \frac{|x|}{\sin x \cos x}$
36. Определить является ли функция четной или нечетной  
 $y = x^4 + \operatorname{tg}^2 x + x \sin x$
37. Постройте график функции:  $y = \cos \frac{1}{2} x + 2.$
38. Постройте график функции  $y = 2 \sin(x + \frac{\pi}{3}).$
39. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \cos(x - \frac{\pi}{3})$
40. Постройте график функции  $y = \sin 2x - 1.$
41. Точка движется по закону  $s(t) = \frac{2}{3} t^3 - t^2 + 4$ . Найти скорость и ускорение в момент  $t=3$  сек.
42. Точка движется по закону  $s(t) = \frac{1}{3} t^3 + 2t^2 + 1$  найти скорость и ускорение в момент  $t=2$  сек.
43. Точка движется по закону  $s(t) = \frac{1}{3} t^3 + t^2 - 3$ . Найти скорость и ускорение в момент  $t=2$  сек.
44. Точка движется по закону  $s(t) = \frac{2}{3} t^3 + 2t^2 - 1$ . Найти скорость и ускорение в момент  $t=3$  сек.
45. Найти уравнение касательной и нормали к графику функции  
 $y = \frac{1}{4} x^4 - 2x^3 + 6$  в точке  $x_0=1$ .
46. Найти уравнение касательной и нормали к графику функции  
 $y = x^4 + x^3 - 1$  в точке  $x_0=-1$

47. Найти уравнение касательной и нормали к графику функции

$$y = x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 2 \quad \text{в точке } x_0 = -1.$$

48. Найти уравнение касательной и нормали к графику функции

$$y = 3x^3 + x^2 - 6 \quad \text{в точке } x_0 = 2.$$

49. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + x + 6$  и  $y = 0$ .

50. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = \frac{x^2}{2}$ ;  $y = 4 - x$ .

51. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2 - 6x + 9$ ,  $y = 3x - 9$ .

52. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 10x - 16$ ;  $y = x + 2$ .

### Перечень заданий к дифференцированному зачету № 3 (3 семестр):

#### Перечень теоретических заданий:

1. Верно ли утверждение: если две прямые не имеют общих точек, то они параллельны?

2. Прямые  $a$  и  $c$  параллельны, а прямые  $a$  и  $b$  пересекаются. Могут ли прямые  $b$  и  $c$  быть параллельными?

3. Закончите предложение, чтобы получилось верное утверждение. Сделайте рисунок.

1) Две прямые называются перпендикулярными, если ...

2) Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она ...

3) Если две плоскости перпендикулярны прямой, то они ...

4. Закончите предложение, чтобы получилось верное утверждение. Сделайте рисунок.

1) Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если ...

2) Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости...

3) Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то и другая прямая ...

5. Сколько перпендикуляров можно провести через данную точку к данной прямой на плоскости?

6. Сколько перпендикуляров можно провести через данную точку к данной прямой в пространстве?

### Перечень практических заданий:

1. Начертите куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Постройте сечение данного куба плоскостью, проходящей через точки  $A, D_1, B_1$ .

2. Постройте сечение тетраэдра  $ABCD$  плоскостью, проходящей через середину  $K$  ребра  $BD$  параллельно грани  $ABC$ .

3. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

3.1. Выпишите:

1) Ребра, перпендикулярные плоскости  $(DCC_1)$

2) Плоскости, перпендикулярные ребру  $BB_1$

3.2. Используя символы  $\parallel$  и  $\perp$ , запишите, как расположены прямая и плоскость

1)  $CC_1$  и  $DCB$

2)  $D_1C_1$  и  $DCB$

4. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

4.1. Выпишите:

1) Ребра, перпендикулярные плоскости  $(ABB_1)$

2) Плоскости, перпендикулярные ребру  $A_1D_1$

4.2. Используя символы  $\parallel$  и  $\perp$ , запишите, как расположены прямая и плоскость

1)  $AA_1$  и  $DCB$

2)  $B_1C_1$  и  $DCB$

5.  $AB \perp \alpha, CD \perp \alpha, B \in \alpha, D \in \alpha, AB = CD$ . Каково взаимное положение прямой  $AC$  и плоскости  $\alpha$ ?

6.  $AB \perp \alpha, CD \parallel AB, B \in \alpha, D \in \alpha, E \in \alpha, \angle ECD = 40^\circ$ . Чему равен  $\angle CED$ ?

7. Длина стороны ромба  $ABCD$  равна 5 см, длина диагонали  $BD$  равна 6 см. Через точку  $O$  пересечения диагоналей ромба проведена прямая  $OK$ ,

перпендикулярная его плоскости. Найдите расстояние от точки  $K$  до вершин ромба, если  $OK = 8$  см.

8. В прямоугольном параллелепипеде измерения равны 6, 8, 10. Найдите диагональ параллелепипеда и угол между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.

9. Основанием прямой призмы является прямоугольник со сторонами 12 см и 5 см, высота призмы 15 см. Найти площадь диагонального сечения.

10. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12 см, а апофема равна 15 см. Найдите боковое ребро пирамиды.

#### **Перечень практических заданий к экзамену (4 семестр):**

1. Из точки  $A$  проведены к плоскости  $\alpha$  перпендикуляр  $АН=5$  и наклонная  $АМ=13$ . Найдите проекцию наклонной на плоскость  $\alpha$ .

- 1) 5
- 2) 9
- 3) 12
- 4) 15

2. Из точки  $A$  проведены к плоскости  $\alpha$  перпендикуляр  $АН=9$  и наклонная  $АМ=15$ . Найдите проекцию наклонной на плоскость  $\alpha$ .

- 1) 5
- 2) 9
- 3) 12
- 4) 15

3. Из точки  $A$  проведены к плоскости  $\alpha$  перпендикуляр  $АН=12$  и наклонная  $АМ=13$ . Найдите проекцию наклонной на плоскость  $\alpha$ .

- 1) 5
- 2) 9
- 3) 12
- 4) 15

4. Из точки  $A$  проведены к плоскости  $\alpha$  перпендикуляр  $АН=12$  и наклонная  $АМ=15$ . Найдите проекцию наклонной на плоскость  $\alpha$ .

- 1) 5
- 2) 9
- 3) 12
- 4) 15

5. В тетраэдре  $ABCD$  точки  $M$ ,  $N$  и  $P$  являются серединами ребер  $AD$ ,  $BD$  и  $CD$ . Найдите площадь сечения  $MNP$ , если площадь грани  $ABC$  равна 12.

1) 3

2) 4

3) 6

4) 8

6. В тетраэдре ABCD точки M, N и P являются серединами ребер AD, BD и CD. Найдите площадь сечения MNP, если площадь грани ABC равна 16.

1) 4

2) 6

3) 8

4) 12

7. В тетраэдре ABCD точки M, N и P являются серединами ребер AD, BD и CD. Найдите площадь сечения MNP, если площадь грани ABC равна 20.

1) 5

2) 8

3) 10

4) 16

8. В тетраэдре ABCD точки M, N и P являются серединами ребер AD, BD и CD. Найдите площадь сечения MNP, если площадь грани ABC равна 24.

1) 6

2) 10

3) 12

4) 20

9. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны:  $5$ ;  $3\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{6}$ .

1) 5

2) 6

3) 7

4) 8

10. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны:  $2$ ;  $3\sqrt{3}$ ;  $\sqrt{5}$ .

1) 5

2) 6

3) 7

4) 8

11. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны:  $3$ ;  $2\sqrt{5}$ ;  $\sqrt{7}$ .

- 1) 5
- 2) 6
- 3) 7
- 4) 8

12. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны:  $6$ ;  $2\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{5}$ .

- 1) 5
- 2) 6
- 3) 7
- 4) 8

13. Вычислите скалярное произведение векторов  $\vec{a}\{9;-1;2\}$  и  $\vec{b}\{3;4;-7\}$ .

- 1) 9
- 2) 10
- 3) 11
- 4) 12

14. Вычислите скалярное произведение векторов  $\vec{a}\{5;-8;1\}$  и  $\vec{b}\{6;2;-3\}$ .

- 1) 9
- 2) 10
- 3) 11
- 4) 12

15. Вычислите скалярное произведение векторов  $\vec{a}\{7;-1;3\}$  и  $\vec{b}\{4;3;-5\}$ .

- 1) 9
- 2) 10
- 3) 11
- 4) 12

16. Вычислите скалярное произведение векторов  $\vec{a}\{3;-6;1\}$  и  $\vec{b}\{9;2;-3\}$ .

- 1) 9
- 2) 10
- 3) 11
- 4) 12

17. Плоскость  $\alpha$  пересекает стороны АВ и ВС треугольника ABC соответственно в точках D и E, причем  $AC \parallel \alpha$ . Найдите AC, если  $BD:AD=3:2$  и  $DE=9$  см.

18. Плоскость  $\alpha$  пересекает стороны АВ и ВС треугольника АВС соответственно в точках D и E, причем  $AC \parallel \alpha$ . Найдите AC, если  $BD:AD=4:3$  и  $DE=12$  см.

19. Плоскость  $\alpha$  пересекает стороны АВ и ВС треугольника АВС соответственно в точках D и E, причем  $AC \parallel \alpha$ . Найдите AC, если  $BD:AD=5:4$  и  $DE=10$  см.

20. Плоскость  $\alpha$  пересекает стороны АВ и ВС треугольника АВС соответственно в точках D и E, причем  $AC \parallel \alpha$ . Найдите AC, если  $BD:AD=6:5$  и  $DE=18$  см.

21. Ребро куба равно 8 см. Найдите:

- а) диагональ куба;
- б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.

22. Ребро куба равно 6 см. Найдите:

- а) диагональ куба;
- б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.

23. Ребро куба равно 12 см. Найдите:

- а) диагональ куба;
- б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.

24. Ребро куба равно 10 см. Найдите:

- а) диагональ куба;
- б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.

25. Точка O – центр вписанной в треугольник АВС окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр ОК. Найдите расстояние от точки К до сторон треугольника, если  $AB=BC=20$  см.,  $AC=24$  см.,  $OK=12$  см.

26. Точка O – центр вписанной в треугольник АВС окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр ОК. Найдите расстояние от точки К до сторон треугольника, если  $AB=BC=30$  см.,  $AC=48$  см.,  $OK=16$  см.

27. Точка O – центр вписанной в треугольник АВС окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр ОК. Найдите расстояние от точки К до сторон треугольника, если  $AB=BC=30$  см.,  $AC=36$  см.,  $OK=18$  см.

28. Точка O – центр вписанной в треугольник АВС окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр ОК. Найдите расстояние от точки К до сторон треугольника, если  $AB=BC=15$  см.,  $AC=24$  см.,  $OK=8$  см.

29. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  дано:  $AB=BC=3\sqrt{2}$  см.,  $BD_1=12$  см. Найдите:

- а) расстояние между прямыми  $BD_1$  и  $AA_1$ ;
- б) угол между прямой  $BD_1$  и плоскостью  $ABC$ .

30. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  дано:  $AB=BC=4\sqrt{2}$  см.,  $BD_1=16$  см. Найдите:

- а) расстояние между прямыми  $BD_1$  и  $AA_1$ ;
- б) угол между прямой  $BD_1$  и плоскостью  $ABC$ .

31. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  дано:  $AB=BC=5\sqrt{2}$  см.,  $BD_1=20$  см. Найдите:

- а) расстояние между прямыми  $BD_1$  и  $AA_1$ ;
- б) угол между прямой  $BD_1$  и плоскостью  $ABC$ .

32. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  дано:  $AB=BC=6\sqrt{2}$  см.,  $BD_1=24$  см. Найдите:

- а) расстояние между прямыми  $BD_1$  и  $AA_1$ ;
- б) угол между прямой  $BD_1$  и плоскостью  $ABC$ .

33. Радиус основания цилиндра относится к его высоте как 1:2. Найдите объём цилиндра, если диагональ его осевого сечения равна  $10\sqrt{2}$ .

34. Радиус основания цилиндра относится к его высоте как 1:2. Найдите объём цилиндра, если диагональ его осевого сечения равна  $14\sqrt{2}$ .

35. Радиус основания цилиндра относится к его высоте как 1:2. Найдите объём цилиндра, если диагональ его осевого сечения равна  $8\sqrt{2}$ .

36. Радиус основания цилиндра относится к его высоте как 1:2. Найдите объём цилиндра, если диагональ его осевого сечения равна  $12\sqrt{2}$ .

37. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна  $4\sqrt{3}$ . Найдите объём пирамиды, если её боковая грань составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ .

38. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна  $6\sqrt{3}$ . Найдите объём пирамиды, если её боковая грань составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ .

39. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна  $10\sqrt{3}$ . Найдите объём пирамиды, если её боковая грань составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ .

40. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна  $8\sqrt{3}$ . Найдите объём пирамиды, если её боковая грань составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ .

41. Площадь осевого сечения конуса равна 30, а площадь его основания равна  $25\pi$ . Найдите объём конуса.



42. Площадь осевого сечения конуса равна 24, а площадь его основания равна  $36\pi$ . Найдите объём конуса.

43. Площадь осевого сечения конуса равна 42, а площадь его основания равна  $49\pi$ . Найдите объём конуса.

44. Площадь осевого сечения конуса равна 36, а площадь его основания равна  $16\pi$ . Найдите объём конуса.

45. В куб вписан шар. Найдите объём шара, если объём куба равен 24.

46. В куб вписан шар. Найдите объём шара, если объём куба равен 30.

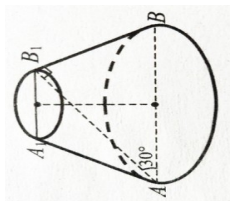
47. В куб вписан шар. Найдите объём шара, если объём куба равен 36.

48. В куб вписан шар. Найдите объём шара, если объём куба равен 42.

49. Дано:  $CD \perp SB, CD = 6 \text{ см}, \angle CBD = 60^\circ$ . Найти объём конуса.

50. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $8\sqrt{2}$  см. Найти объём цилиндра.

51. Дано:  $BB_1 = 6 \text{ см}, \angle BAB_1 = 30^\circ, \angle AB_1B = 90^\circ$ . Найти объём усеченного конуса.



52. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $6\sqrt{2}$  см. Найти объём цилиндра.

53. В прямом параллелепипеде стороны основания равны  $2\sqrt{2}$  и 5, образуют угол в  $45^\circ$ . Меньшая диагональ параллелепипеда равна 7 см. Найти объём.

54. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 6 и 8 см. Найти объём пирамиды, если все ее боковые ребра равны 13 см.

55. Основанием прямого параллелепипеда служит параллелограмм, у которого одна из диагоналей равна 17 см, а стороны равны 9 см и 10 см. Полная поверхность равна  $334 \text{ см}^2$ . Найти объем.

56. В правильной четырехугольной усечённой пирамиде объем равен  $430 \text{ м}^3$ , высота равна 10 м и сторона одного основания равна 8. Найти сторону другого основания.

### **Инструкция**

**1. Условия выполнения задания:** задание выполняется в учебной аудитории

**2. Последовательность выполнения задания:** задание можно выполнять в любой последовательности

**2. Вы можете воспользоваться:** карандаш, линейка, не программируемый калькулятор

**3. Максимальное время выполнения задания:** 45 мин.

**4. Перечень раздаточных и дополнительных материалов:** не предусмотрено

## ГЛОССАРИЙ

**Абсцисса** (лат. слово *abscissa* - «отрезанная»). Заимств. из франц. яз. в начале 19 в. Франц. *abscisse* – из лат. Это одна из декартовых координат точки, обычно первая, обозначаемая буквой *x*. В современном смысле термин употреблен впервые немецким ученым Г. Лейбницем (1675).

**Аксиома** (греч. слово *axiōs*- ценный; *axiōma* – «принятие положения», «почет», «уважение», «авторитет»). В рус.яз. – с Петровских времен. Это основное положение, самоочевидный принцип. Впервые термин встречается у Аристотеля. Использовался в книгах Евклида «Начала». Большую роль сыграли работы древнегреческого ученого Архимеда, который сформулировал аксиомы, относящиеся к измерению величин. Вклад в аксиоматику внесли Лобачевский, Паш, Пеано. Логически безупречный список аксиом геометрии был указан немецким математиком Гильбертом на рубеже 19 и 20 вв.

**Апофема** (греч. слово *apothema*, *apo* – «от», «из»; *thema* – «приложенное», «поставленное»).

1. В правильном многоугольнике апофема – отрезок перпендикуляра, опущенного из его центра на любую из его сторон, а также его длина.  
2. В правильной пирамиде апофема – высота любой его боковой грани.  
3. В правильной усеченной пирамиде апофема – высота любой ее боковой грани.

**Аппликата** (лат. слово *applicata* – «приложенная»). Это одна из декартовых координат точки в пространстве, обычно третья, обозначаемая буквой *Z*.

**Биссектриса** (лат. слова *bis* – «дважды» и *sectrix* – «секущая»). Заимств. В 19 в. из франц. яз. где *bissectrice* – восходит к лат. словосочетанию. Это прямая, проходящая через вершину угла и делящая его пополам.

**Вектор** (лат. слово *vector* – «несущий», «носитель»). Это направленный отрезок прямой, у которой один конец называют началом вектора, другой конец – концом вектора. Этот термин ввел ирландский ученый У. Гамильтон (1845).

**Вертикальные углы** (лат. слова *verticalis* – «вершинный»). Это пары углов с общей вершиной, образуемые при пересечении двух прямых так, что стороны одного угла являются продолжением сторон другого.

**Вероятность** - числовая характеристика степени возможности появления определенного события в тех или иных определенных, могущих повторяться неограниченное число раз условиях.

**Гексаэдр** (греч. слова *geks* – «шесть» и *edra* – «грань»). Это шестигранник. Этот термин приписывают древнегреческому ученому Паппу Александрийскому.

**Геометрия** (греч. слова *geo* – «Земля» и *metreo* – «измеряю»). Др.-рус. заимств. из греч.яз. Часть математики, изучающая пространственные отношения и формы. Т. появился в 5 веке до н.э. в Египте, Вавилоне.

**Геометрический смысл определенного интеграла** - определенный интеграл от функции  $f(x)$  по отрезку  $[a; b]$  равен площади криволинейной трапеции

**Геометрический смысл производной** - если функция  $y = f(x)$  имеет производную в точке  $x$ , тогда существует касательная к графику этой функции в точке  $M_0(x_0; y_0)$ , уравнение которой  $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ , где  $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$ , где  $\alpha$  - угол наклона этой касательной к оси  $ox$ .

**Гипербола** (греч. слово *hyperballo* – «прохожу через что-либо»). Заимств. в 18 в. из лат. яз. Это незамкнутая кривая из двух неограниченно простирающихся ветвей. Термин ввел древнегреческий ученый Апполоний Пермский.

**Гипотенуза** (греч. слово *guyptenusa* – «стягивающая»). Заимств. из лат. яз. в 18 в., в котором *hypotenusa* – от греч. сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла. Древнегреческий ученый Евклид (3 век до н.э.) вместо этого термина писал, «сторона, которая стягивает прямой угол».

**Градус** (лат. слово *gradus* – «шаг», «ступень»). Единица измерения плоского угла, равная  $1/90$  части прямого угла. Измерение углов в градусах появилось более 3 лет назад в Вавилоне. Обозначения, напоминающие современные, использовались древнегреческими ученым Птолемеем.

**График** (греч. слово *graphikos* - «начертанный»). Это график функции – кривая на плоскости, изображаемая зависимость функции от аргумента.

**Диагональ** (греч. слово *dia* – «через» и *gonium* – «угол»). Это отрезок прямой, соединяющий две вершины многоугольника, не лежащие на одной стороне. Т. встречается у древнегреческого ученого Евклида (3 век до н.э.). Диаметр (греч. слово *diametros* – «поперечник», «насквозь», «измеряющий» и слово *dia* – «между», «сквозь»). Т. «деление» в русском языке впервые встречаются у Л.Ф. Магницкий.

**Дифференциал** (лат. слово *differento* - «разность»). это главная часть приращения функции, равная произведению производной функции  $y = f(x)$  на приращение аргумента  $\Delta x$ :  $dy = f'(x) \cdot \Delta x$ . Так как  $\Delta x = dx$ , то  $dy = f'(x) \cdot dx$  – произведение производной функции  $y = f(x)$  на дифференциал аргумента  $dx$ . Это одно из основных понятий математического анализа. Этот Т. встречается у немецкого ученого Г. Лейбница в 1675 г. (опубликовано в 1684г.).

**Декартова прямоугольная система координат в пространстве** - это три взаимно перпендикулярные прямые: Ось абсцисс ( $ox$ ), ось ординат ( $oy$ ) и ось аппликат ( $oz$ ) и начало координат ( $o$ ). Плоскости, проходящие через оси координат, называются координатными. Они делят пространство на 8 областей – октантов.

**Длина вектора** - это расстояние между началом и концом вектора.

Обозначение:  $|\vec{AB}|$

**Достоверное событие** - это событие, которое в результате испытания обязательно происходит. Обозначение:  $\Omega$ .

**Знаменатель** - число, показывающее размеры долей единицы, из которых составлена дробь. Впервые встречается у византийского ученого Максима Плануда (конец 13 века).

**Интеграл** (лат. слово *integro* – «восстанавливать» или *integer* – «целый»). Заимств. во второй половине 18 в. из франц. яз. на базе лат. *integralis* – «целый», «полный». Одно из основных понятий математического анализа, возникшее в связи потребностью измерять площади, объемы, отыскивать функции по их производным. Обычно эти концепции интеграла связывают с Ньютоном и Лейбницем. Впервые это слово употребил в печати швец. Ученый Я. Бернулли (1690 г.). Знак  $\int$  - стилизованная буква S от лат. слова *summa* – «сумма». Впервые появился у Г. В. Лейбница.

**Интервал** (лат. слово *intervallum* – «промежуток», «расстояние»). Множество действительных чисел, удовлетворяющее неравенству  $a < x$

**Иррациональное число** (т. слово *irrationalis* – «неразумный»). Число, не являющееся рациональным. Т. ввел немецк. ученый М.Штифель (1544). Строгая теория иррациональных чисел была построена во 2-ой половине 19 века.

**Испытание (эксперимент)** - осуществление определенного комплекса условий.

**Исход** - результат испытания (событие).

**Комбинаторика** - лат.слово *combinare* – «соединять». Раздел математики, в котором изучаются различные соединения и размещения, связанные с подсчетом комбинаций из элементов данного конечного множества.

**Классическая вероятность события A** - это отношение числа  $N(A)$  элементарных исходов, благоприятствующих событию A, к общему числу  $N$  всех равновозможных элементарных исходов испытания.

**Коллинеарные векторы** - это векторы, лежащие на одной прямой или на параллельных прямых. Обозначение:  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ .

**Компланарные векторы** - это векторы, лежащие в одной плоскости или в параллельных плоскостях.

**Комплексное число z** - это упорядоченная пара действительных чисел  $(x; y)$ , первое из которых  $x$  называется действительной частью, а второе число  $y$  – мнимой частью. Обозначается:  $z = x + iy$ . Символ  $i$  называется мнимой единицей. Обозначение:  $x = \text{Re}z$ ;  $y = \text{Im}z$ .

**Криволинейная трапеция** - это фигура, ограниченная сверху графиком функции  $y=f(x)$  ( $f(x) \geq 0$ ), слева и справа соответственно прямыми  $x=a$  и  $x=b$ , снизу – отрезком  $[a; b]$  оси OX.

**Математическое ожидание дискретной случайной величины X** - это число, приблизительно равное среднему значению случайной величины, которое равно сумме произведение возможных значений случайной

$$M(X) = \sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k$$

величины  $X_n$  на соответствующие им вероятности  $p_k$ :

**Механический смысл производной** - это скорость изменения любого процесса. Например, производная пути  $S=S(t)$  по времени  $t$  есть мгновенная скорость движения материальной точки, т. е.  $V(t)=S'(t)$ . Вторая производная пути по времени – ускорение, т. е.  $S''(t)=V'(t)=a(t)$ .

**Независимые испытания** - это испытания (эксперименты), в которых вероятность появления любого исхода в каждом испытании не зависит от результатов других испытаний.

**Неопределенный интеграл функции  $f(x)$**  - это совокупность всех первообразных для функции  $f(x)$ . Обозначение:  $\int f(x)dx = F(x) + C$ , где знак  $\int$  называется интегралом, функция  $f(x)$  – подынтегральной функцией, а  $f(x)dx$  – подынтегральным выражением.

**Область определения функции  $y=f(x)$**  - это множество тех значений аргумента  $x$ , при которых функция  $y$  имеет смысл. Обозначение:  $D(f)$

**Область значений функции  $y=f(x)$**  - это множество значений  $y$ , принимаемых функцией  $y=f(x)$  для всех  $x$  из области определения  $D(f)$ , т. е. при  $x \in D(f)$ . Обозначение:  $E(f)$

**Первообразной функцией** для функции  $y=f(x)$  на промежутке  $X$  называется такая функция  $F(x)$ , если в каждой точке  $x$  на промежутке  $X$  выполняется условие  $F'(x)=f(x)$

**Равные векторы** - это сонаправленные коллинеарные векторы, имеющие равные длины.

**Радиус** – вектор точки  $M$  - это вектор, соединяющий начало координат с произвольной точкой  $M(x, y, z)$  пространства.

**Сонаправленные векторы** - это коллинеарные векторы, имеющие одно направление.

**Сфера** - это множество точек пространства, равноудаленных от данной точки  $O$ , называемой центром, на данное расстояние, называемое радиусом.

**Сложная функция** - это функция,  $z = g(f(x))$ , для которой область значений функции  $y = f(x)$  содержится в области определения функции  $g(y)$ .

**Сочетания** - это число комбинаций, состоящих из  $k$  элементов, взятых из  $n$  элементов, которые отличаются хотя бы одним элементом. Обозначение и

формула для подсчета числа сочетаний:  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

**Случайное событие** - это событие, наступление или не наступление которого в некотором испытании зависит от ряда случайных факторов.

**Случайная величина** - это переменная величина, которая принимает свои значения в зависимости от исходов испытания.

**Среднее квадратическое отклонение случайной величины  $x$**  - это величина  $\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$ , где  $D(x)$  - дисперсия случайной величины  $x$ .

**Точка максимума функции**  $z = f(x, y)$  - это точка  $P_0(x_0, y_0)$ , в окрестности, которой функция  $z = f(x, y)$  определена и для всех точек  $P(x, y)$  этой окрестности, отличных от  $P_0$ , выполняется неравенство:  $f(P_0) > f(P)$ .

**Точка минимума функции**  $z = f(x, y)$  - это точка  $P_0(x_0, y_0)$ , в окрестности, которой функция  $z = f(x, y)$  определена и для всех точек  $P(x, y)$  этой окрестности, отличных от  $P_0$ , выполняется неравенство:  $f(P_0) < f(P)$ .

**Теорема** - это математическое утверждение, истинность которого устанавливается путем доказательства.

**Теория вероятностей** - это раздел математики, изучающий закономерности, которым подчиняются случайные явления и процессы.

**Теорема сложения вероятностей двух событий** - вероятность суммы двух событий А и В равна сумме вероятностей этих событий без вероятности произведения этих событий:  $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$ .

**Теорема умножения вероятностей двух событий** - вероятность произведения двух событий равна произведению одного события на условную вероятность другого, вычисленную при условии, что первое событие

произошло:  $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B)$ .

**Функция** - это правило, которое каждому числу  $x$  из некоторого множества  $D$  ставит в соответствие одно и только одно число  $y$  из множества  $E$ . Обозначение:  $y = f(x)$ , где  $x$  - независимая переменная, называемая аргументом;  $D$  - область определения функции;  $E$  - область значений функции.

**Формула Ньютона-Лейбница** - это формула для вычисления определенного интеграла от непрерывной на отрезке  $[a, b]$  функции  $f(x)$ ,

имеющей первообразную  $F(x)$ :  $\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$

**Формула полной вероятности** - это формула для нахождения вероятности события А, которое может произойти только с одним из  $n$  попарно

несовместных событий  $H_1, H_2, \dots, H_n$  образующих полную группу:

$$P(A) = \sum P(H_i) \cdot P(A|H_i)$$

**Число e** - это иррациональное число 2,7..., служащее основанием натурального логарифма

**Экстремум функции** - это локальный максимум и локальный минимум функции.

**Экспонента (экспоненциальная функция)** - это показательная

функция  $y = e^x$ .

## **ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ/МДК**

### **Основные источники (для студентов)**

1. Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. – М., 2018. - 240 с.
2. Алимов Ш.А. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2017. – 210 с.
3. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2017. – 216 с.

### **Интернет-ресурсы:**

1. Образовательный сайт «Информационные, тренировочные и контрольные материалы» [Электронный ресурс]. Режим доступа [http:// www.fcior.edu.ru](http://www.fcior.edu.ru)
2. Образовательный сайт «Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов » [Электронный ресурс]. Режим доступа <http://www.school-collection.edu.ru>

### **Дополнительные источники (для студентов)**

1. Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М., 2017. – 205 с.
2. Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М., 2017.- 140 с.
3. Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Задачник: учеб. пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М., 2018. – 180с.
4. Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Электронный учеб.- метод. комплекс для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М., 2017
5. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2017. – 210 с.
6. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2018. – 225 с.



7. Башмаков М.И. Алгебра и начала анализа, геометрия. 10 класс. — М., 2017. — 210 с.
8. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10 класс. Сборник задач: учеб. пособие. — М., 2017. — 110 с.
9. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 11 класс. Сборник задач: учеб. пособие. — М., 2016. — 115 с.
10. Гусев В.А., Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. — М., 2017 — 140 с.
11. Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федерова Н.Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А.Б.Жижченко. — М., 2018. — 245 с.
12. Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федерова Н.Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А.Б.Жижченко. — М., 2017. — 210 с.